



## LOKALIZACJA ZAPASÓW W SIECI DYSTRYBUCJI

Stanisław Krzyżaniak

Instytut Logistyki i Magazynowania, Poznań, Polska

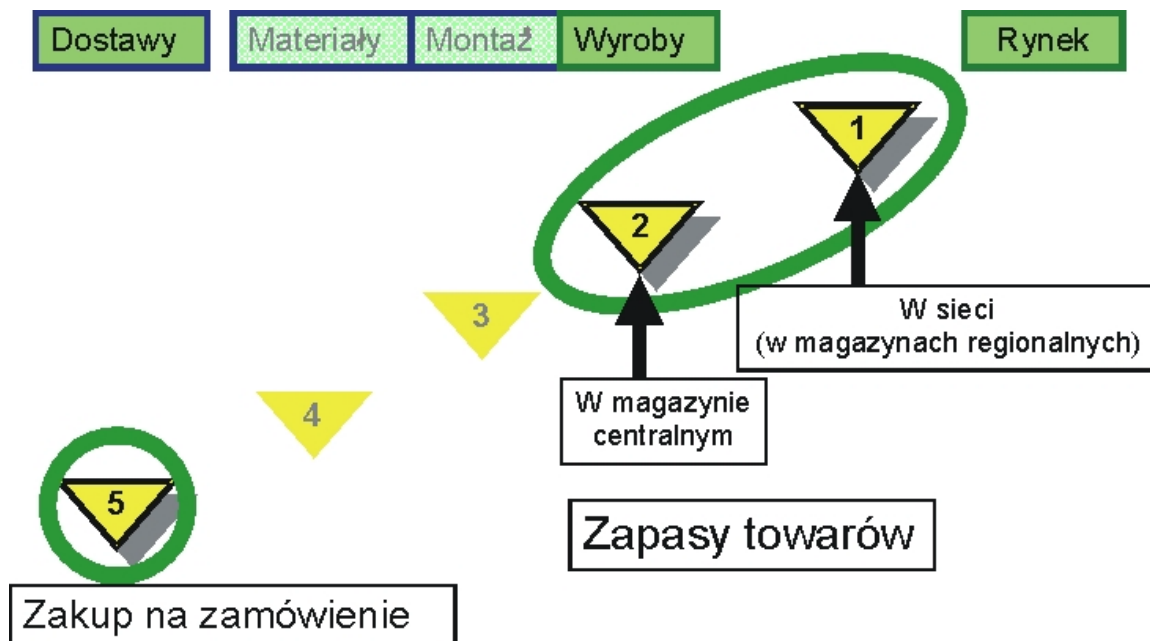
**STRESZCZENIE.** Celem tworzenia sieci dystrybucji jest lepsze udostępnienie klientowi dostępu do towarów oferowanych przez sieć. Przesunięcie zapasu bliżej odbiorcy poprzez ulokowanie go w magazynach regionalnych skraca czas realizacji zamówienia, wiąże się jednak z większymi kosztami wynikającymi z wyższych poziomów zapasów. Zazwyczaj jednak polityka lokalizacji zapasów nie jest jednorodna wobec wszystkich pozycji asortymentowych oferowanych przez firmę. W artykule rozpatrzono dwa sposoby rozdzielania zapasu zabezpieczającego pomiędzy oba rozpatrywane ogniwa sieci dystrybucji: Magazyn Centralny i Magazyny Regionalne. W praktyce taki rozdział jest przeprowadzany intuicyjnie. Na przykład pozycje wolno rotujące, zwłaszcza drogie, umieszcza się w zapasie centralnym, rozpraszając natomiast zapas towarów o dużej rotacji. W rzeczywistości można ustalić obiektywne kryteria wspomagające taką decyzję. W pracy przedstawiono modele pozwalające na wyznaczanie wartości kryterialnych i wszechstronną analizę wpływu poszczególnych zidentyfikowanych czynników (zmiennych niezależnych) na wynik i przyjętą decyzję.

**Słowa kluczowe:** zapas zabezpieczający, sieć dystrybucji, lokalizacja zapasu.

### WSTĘP

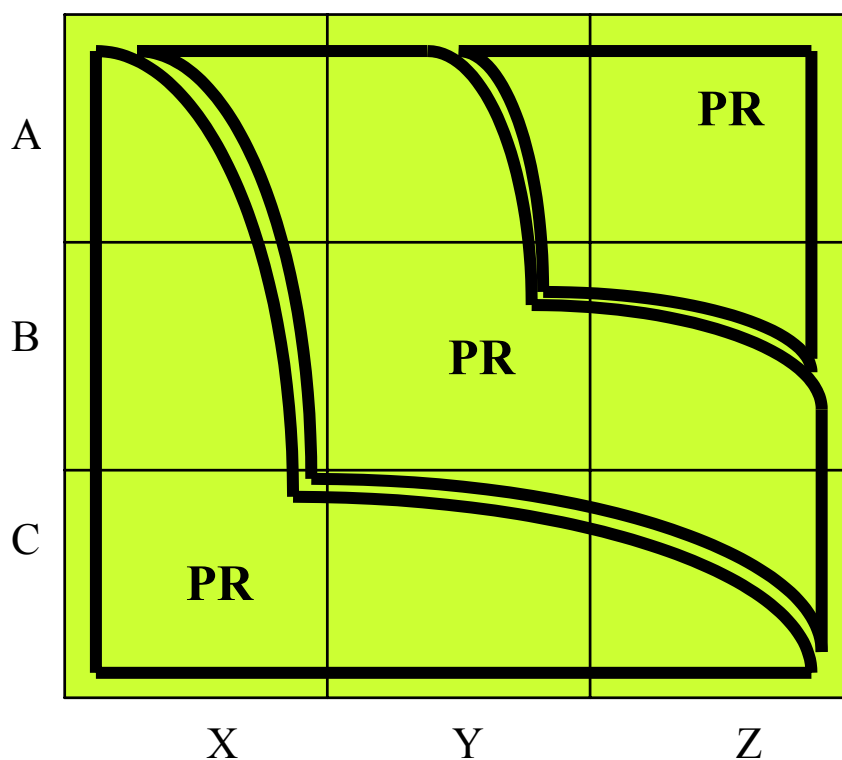
Celem pracy jest określenie ogólnego podejścia do właściwego lokalizowania zapasów (zwłaszcza zapasu zabezpieczającego) w sieciach dystrybucji. Koncepcja tzw. punktu rozdzielającego przewiduje skoncentrowanie zapasów zabezpieczających, koniecznych dla zapewnienia wymaganego poziomu obsługi w wybranym punkcie łańcucha dostaw [Pfohl 1998]. Klasyczne położenia tego punktu obejmują:

1. Zapasy wyrobów gotowych (towarów) zlokalizowane "blisko rynku" (np. w magazynach regionalnych firmy produkcyjnej lub dystrybucyjnej).
2. Zapasy wyrobów gotowych (towarów) zlokalizowane w magazynie centralnym producenta lub dystrybutora.
3. Zapasy elementów do montażu zlokalizowane w magazynie producenta umożliwiające tzw. "montaż na zamówienie".
4. Zapasy materiałów i surowców zlokalizowane w magazynie producenta umożliwiające tzw. "produkcje na zamówienie".
5. Zapasy materiałów, surowców i podzespołów zlokalizowane w magazynach dostawców producenta, lub zapasy towarów zlokalizowane w magazynach dostawców firmy dystrybucyjnej. To położenie wiąże się z rozwiązaniem: zakup (i produkcja) na zamówienie.



Rys. 1. Typowe położenia tzw. punktu rozdzielającego (z wyróżnieniem punktów charakterystycznych dla firm dystrybucyjnych)

Fig. 1. Typical decoupling point positions (together with characteristic points for distribution company)



Rys. 2. Przykładowe rekomendacje zależności pomiędzy lokalizacją punktu rozdzielającego, a położeniem danej pozycji asortymentowej w klasyfikacji ABC/XYZ

Fig. 2. Examples of correlations between localization of decoupling point and position of article in ABC/XYZ classification

Dystrybucja towarów obejmuje dwa pierwsze punkty rozdzielające, choć w strategii firm dystrybucyjnych znajdują się także działania objęte punktem nr 5, a więc zakup pod zamówienie

(zwłaszcza dla szczególnie drogich, a rzadko sprzedawanych pozycji). Warto też zauważyć, że coraz częściej firmy dystrybucyjne przejmują zadania ulokowane w punkcie nr 3, realizując część prac montażowych zgodnie z zamówieniem klienta.

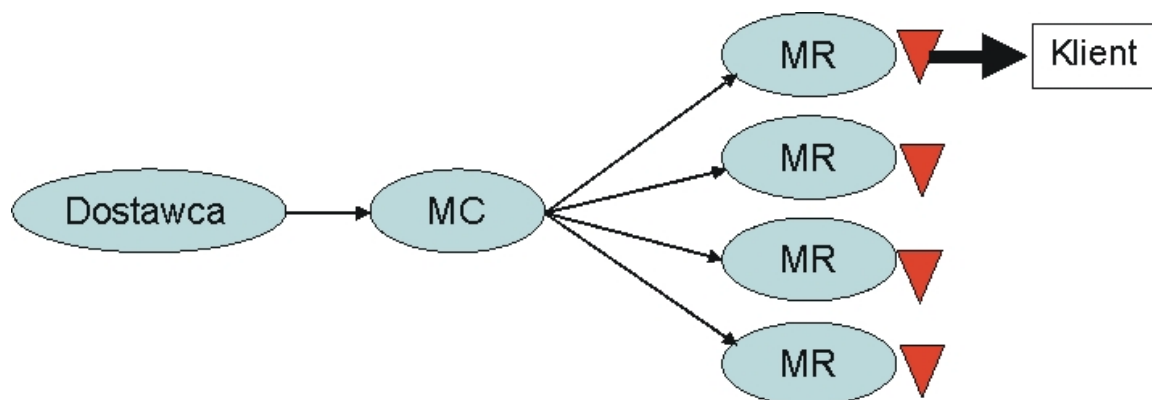
Generalnie można przyjąć, że sposób postępowania z daną pozycją towarową zależy w pewnej mierze od jej położenia w klasyfikacji ABC/XYZ. Rysunek 2 pokazuje ogólne, raczej intuicyjne podejście do tej zależności. Na przykład towary drogie, wolno rotujące (a więc wykazujące niską dokładność prognoz, lokujące się w grupa AZ, będą raczej kupowane na zamówienie, a tanie, szybko rotujące, o wysokiej dokładności prognoz (grupa CX) będą zazwyczaj lokowane w sieci dystrybucji, w punkcie rozdzielającym nr 1.

## MODEL OGÓLNY

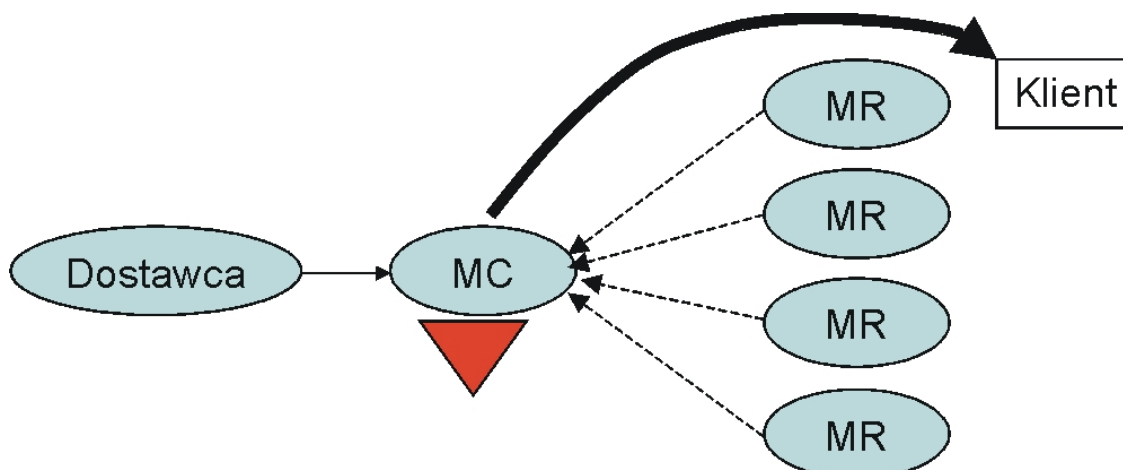
Jak zaznaczono, rysunek 2 raczej demonstruje pewne ogólne rekomendacje niż precyzuje zalecane rozwiązania. Granice pomiędzy poszczególnymi rozwiązaniami nie są bowiem "ostre", ale przede wszystkim na ostateczne rozwiązanie wpływa szereg dodatkowych czynników, takich jak: oferowany poziom obsługi (wymagany czas dostawy i dostępność), czas uzupełnienia, koszty dostaw, liczba magazynów regionalnych w sieci. Może się na przykład okazać, że w pewnych okolicznościach nawet bardzo wolno rotująca, a jednocześnie droga pozycja asortymentowa (lokująca się w grupie AZ), ze względu na swoje znaczenie "strategiczne" (odbiorcą jest ważny klient) będzie utrzymywana w zapasie, przynajmniej w magazynie centralnym. Podobnie skutkować będą bardzo długie terminy realizacji. Z kolei w rozległych sieciach, o dużej liczbie punktów lokalizacji zapasu (magazynów regionalnych), decyzje o pełnej decentralizacji zapasu będą podejmowane ostrożnie, z uwzględnieniem kosztu utrzymania zapasu.

Poniżej rozpatrzone zostaną dwa sposoby lokalizacji zapasu:

- Zapasy rozproszone (rys. 3). Klienci obsługiwani są bezpośrednio z zapasu zlokalizowanego w Magazynach Regionalnych. Tam też utrzymywany jest zapas zabezpieczający.
- Zapasy scentralizowane (rys. 4). Klienci obsługiwani są z Magazynu Centralnego bezpośrednimi dostawami w postaci np. przesyłek kurierskich.



Rys. 3. Ilustracja przypadku zapasu rozproszonego  
Fig. 3. Example of decentralized stock



Rys. 4. Ilustracja przypadku zapasu scentralizowanego  
 Fig. 4. Example of centralized stock

Powstaje pytanie: czy decyzje o właściwej lokalizacji zapasu można wspomóc jakąś formułą, uzależniającą rozwiązanie od wzajemnych relacji pomiędzy uwzględnianymi parametrami?

Poniżej przedstawiono propozycje prostych modeli mogących stanowić takie wsparcie.

Jak zwykle w takich przypadkach trzeba przyjąć pewne założenia. Dla potrzeb poniższych rozważań przyjęto, co następuje:

a) Jeśli zapas jest rozproszony, ulokowany w „n” Magazynach Regionalnych (punkt rozdzielający 1), to:

- popyt rozkłada się równomiernie na „n” Magazynów Regionalnych,
- tygodniowy popyt w każdym z tych magazynów daje się opisać rozkładem o średniej popytu  $P_{MR}$  i odchyleniu standardowym  $\sigma_{PMR}$ ,
- cena zakupu u dostawcy jest równa  $C$ ,
- współczynnik tygodniowego kosztu utrzymania zapasu wynosi  $u_t$  i jest taki sam we wszystkich magazynach,
- czas cyklu uzupełnienia zapasu w Magazynach Regionalnych jest dla każdego magazynu równy i wynosi  $T_1$  (bez istotnych odchyleń).

Łączny tygodniowy koszt utrzymania zapasu zabezpieczającego w sieci jest równy:

$$K_1 = \sum_1^n KU_t ZB_{MR_i} \quad [1]$$

Dla równomiernego rozłożenia popytu pomiędzy wszystkie magazyny otrzymujemy:

$$K_1 = n \cdot ZB_{MR} \cdot C \cdot u_t = n \cdot \omega \cdot \sigma_{PMR} \cdot \sqrt{T_1} \cdot C \cdot u_t \quad [2]$$

gdzie:

$\omega$  - współczynnik bezpieczeństwa, zależny od przyjętego poziomu obsługi i typu rozkładu opisującego dany rozkład częstości występowania popytu,

$ZB_{MR}$  - zapas zabezpieczający w każdym z Magazynów Regionalnych.

$$\text{Ponieważ zachodzi } \sigma_{PMR} = v \cdot P_{MR} \quad [3]$$

gdzie  $v$  jest tzw. współczynnikiem zmienności  $v = \frac{\sigma_P}{P}$ , to wzór [2] przyjmuje postać:

$$K_1 = n \cdot \omega \cdot v \cdot P_{MR} \cdot \sqrt{T_1} \cdot C \cdot u_t \quad [4]$$

b) Jeśli zapas jest ulokowany w Magazynie Centralnym (punkt rozdzielający 2), to:

- tygodniowy popyt w Magazynie Centralnym jest sumą popytów obserwowanych na rynkach związanych z poszczególnymi Magazynami Regionalnymi i można go opisać rozkładem o średniej  $P_{MC} = n \cdot P_{MR}$  i odchyleniu standardowym  $\sigma_{P_{MC}} = \sigma_{P_{MR}} \sqrt{n}$  (zgodnie z tzw. prawem pierwiastka kwadratowego [Sarjusz-Wolski, 2000]),
- współczynnik tygodniowego kosztu utrzymania zapasu wynosi  $u_t$  i jest taki sam jak w przypadku Magazynów Regionalnych,
- czas cyklu uzupełnienia zapasu w Magazynie Centralnym wynosi  $T_2$  ( $T_2 = \alpha \cdot T_1$ ),
- w przypadku wystąpienia zapotrzebowania ze strony odbiorców produkt jest przesyłany bezpośrednio do klienta w formie przesyłki kurierskiej o jednostkowym koszcie  $k_{pk}$ . Pozwala to zachować zbliżony czas realizacji zamówienia klienta jak w przypadku obsługi z Magazynów Regionalnych.

Tygodniowy koszt utrzymania zapasu zabezpieczającego w Magazynie Centralnym jest równy:

$$K_{2(ZB)} = ZB_{MC} \cdot C \cdot u_t = \omega \cdot \sigma_{P_{MC}} \cdot \sqrt{T_2} \cdot C \cdot u_t \quad [5]$$

Ponieważ, zgodnie z założeniami  $T_2 = \alpha \cdot T_1$ , to:

$$K_{2(ZB)} = \omega \cdot \sigma_{P_{MC}} \cdot \sqrt{\alpha \cdot T_1} \cdot C \cdot u_t = \omega \cdot \sigma_{P_{MR}} \sqrt{n \cdot \alpha \cdot T_1} \cdot C \cdot u_t \quad [6]$$

Wstawiając zależność [3] otrzymamy:

$$K_{2(ZB)} = \omega \cdot v \cdot P_{MR} \cdot \sqrt{n \cdot \alpha \cdot T_1} \cdot C \cdot u_t \quad [7]$$

Warto zauważyć, że założenie  $T_2 = \alpha \cdot T_1$  uwzględnia różne rozwiązania organizacji dostaw dla obu przypadków. Na przykład w przypadku zapasów rozproszonych dostawy do magazynów regionalnych mogą być prowadzone według systemu przeglądu okresowego, a w systemie scentralizowanym w oparciu o tzw. punkt ponownego zamówienia (poziom informacyjny). Można przyjąć, że zazwyczaj będzie zachodziło  $T_2 < T_1$  (czyli  $\alpha < 1$ ).

Łączne tygodniowe koszty bezpośrednich kurierskich do klienta są równe:

$$K_{2(dostaw)} = n \cdot P_{MR} \cdot k_{pk} \quad [8]$$

Stawiamy pytanie: kiedy „opłaca się” rozproszyć zapas, to znaczy kiedy taniej będzie utrzymywać zapas zabezpieczający w „n” Magazynach Regionalnych i z nich obsługiwać lokalnych odbiorców, niż skupić zapas w Magazynie Centralnym i realizować zamówienia klientów bezpośrednimi dostawami. Odpowiedź na to pytanie sprowadza się do rozwiązania nierówności:

$$K_1 < K_{2(ZB)} + K_{2(dostaw)} \quad [9]$$

czyli

$$n \cdot \omega \cdot v \cdot P_{MR} \cdot \sqrt{T_1} \cdot C \cdot u_t < \omega \cdot v \cdot P_{MR} \cdot \sqrt{n \cdot \alpha \cdot T_1} \cdot C \cdot u_t + n \cdot P_{MR} \cdot k_{pk} \quad [10]$$

Po kilku przekształceniach:

$$n \cdot \omega \cdot v \cdot \sqrt{T_1} \cdot C \cdot u_t - \omega \cdot v \cdot \sqrt{n \cdot \alpha \cdot T_1} \cdot C \cdot u_t < n \cdot k_{pk}$$

$$\omega \cdot v \cdot \sqrt{n \cdot T_1} \cdot C \cdot u_t \cdot (\sqrt{n} - \sqrt{\alpha}) < n \cdot k_{pk}$$

otrzymujemy

$$v < \frac{n \cdot k_{pk}}{\omega \cdot \sqrt{T_1} \cdot C \cdot u_t \cdot (n - \sqrt{n \cdot \alpha})} \quad [11]$$

Z tej postaci otrzymujemy zależności, których spełnienie gwarantuje spełnienie nierówności [9] i postawionego warunku:

$$v < \frac{\left[ \frac{k_{pk}}{C \cdot u_t} \right]}{\omega \cdot \sqrt{T_1} \cdot \left[ 1 - \sqrt{\frac{\alpha}{n}} \right]} \quad [12]$$

lub

$$\omega < \frac{\left[ \frac{k_{pk}}{C \cdot u_t} \right]}{v \cdot \sqrt{T_1} \cdot \left[ 1 - \sqrt{\frac{\alpha}{n}} \right]} \quad [13]$$

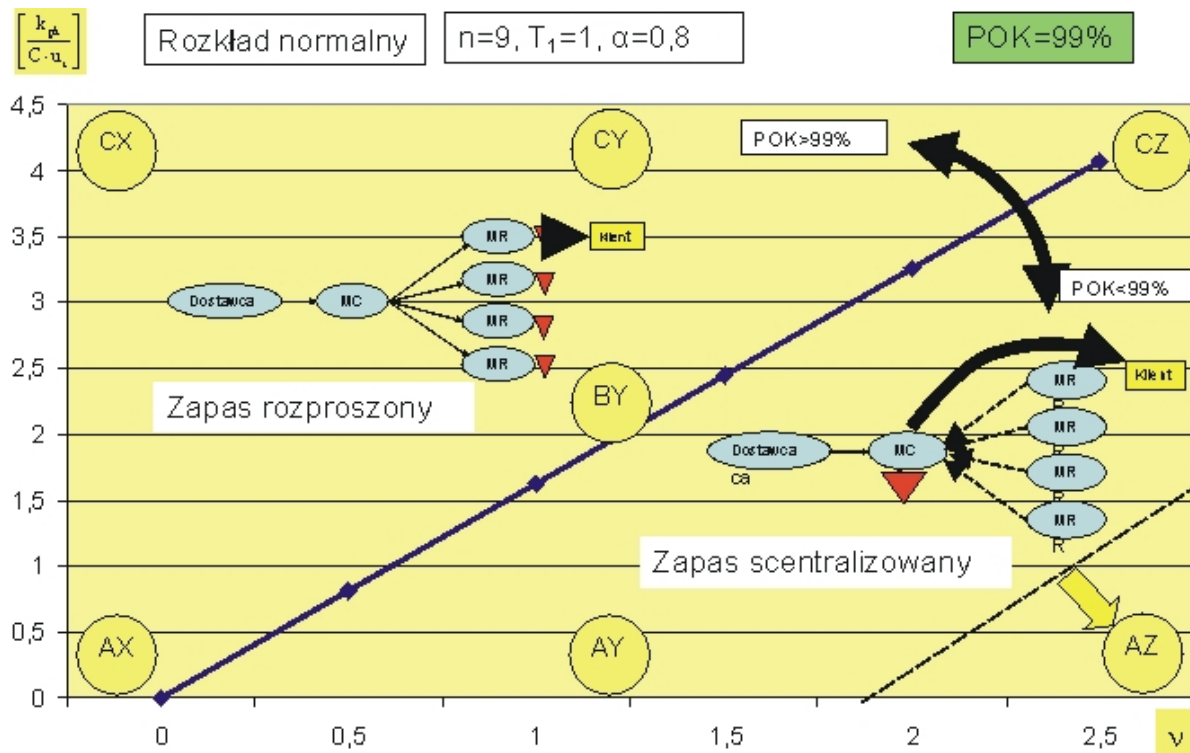
Wydaje się jednak, że zależność niosąca najwięcej informacji to:

$$\left[ \frac{k_{pk}}{C \cdot u_t} \right] > v \cdot \omega \cdot \sqrt{T_1} \cdot \left[ 1 - \sqrt{\frac{\alpha}{n}} \right] \quad [14]$$

łączy bowiem w wyrażeniu po lewej stronie nierówności wszystkie elementy kosztowe, a po prawej parametry związane z realizacją i wymaganym poziomem obsługi.

## WYKORZYSTANIE MODELU DO ROZWIĄZANIA PROBLEMU DLA ROZKŁADU POPYTU ZGODNEGO Z ROZKŁADEM NORMALNYM

Rysunek 5 ilustruje tę zależność dla współczynnika zmienności  $n$  jako zmiennej niezależnej, dla rozkładu normalnego, przy poziomie obsługi POK=99% (w ujęciu probabilistycznym, jako prawdopodobieństwo nie wystąpienia braku w zapasie w danym cyklu jego uzupełnienia [Krzyżaniak 2005]). Założono alternatywne do scentralizowania zapasu rozproszenie pomiędzy 9 Magazynów Regionalnych.



Rys. 5. Ilustracja zależności [14] dla rozkładu normalnego i przykładowych wartości parametrów tej zależności (poziom obsługi POK=99%)  
 Fig. 5. Relationships in case of normal distribution and examples of parameters (for service level=99%)

Z zależności [14] i ilustrującej ją, dla wybranego zbioru parametrów, rysunku 5 wynika, że rozproszenie zapasu jest tym bardziej uzasadnione im:

- mniejsza jest wartość współczynnika zmienności  $v$  (co oznacza wysoką jakość prognoz i zazwyczaj charakteryzuje towary szybko rotujące),
- większy jest koszt bezpośrednich dostaw do klienta, co zwiększa wartość wyrażenia  $\left[ \frac{k_{pk}}{C \cdot u_t} \right]$ , oraz
- mniejszy jest koszt utrzymania jednostki towaru w zapasie, co również zwiększa wartość  $\left[ \frac{k_{pk}}{C \cdot u_t} \right]$ .

Dotyczy to zatem towarów znajdujących się przede wszystkim w grupie CX. Podobnie większe wartości współczynnika zmienności (towary wolno rotujące), relatywnie niskie koszty dostaw bezpośrednich lub wysokie koszty utrzymania jednostki w zapasie (a więc na przykład grupy AY, BZ) wskazują na zasadność centralizacji zapasu. Wnioski te pozostają oczywiście w zgodzie z rysunkiem 2, ale w oparciu o zdefiniowane kryterium i określone wartości parametrów opisujących oba alternatywne rozwiązania.

## ROZWIĄZANIE PROBLEMU DLA ROZKŁADU POPYTU ZGODNEGO Z ROZKŁADEM POISSONA

Nie ulega wątpliwości, że proponowane rozważania będą miały największe znaczenie dla towarów wolno rotujących. To właśnie w tej grupie obserwuje się najczęściej dylemat: utrzymywać zapas

towaru centralnie, czy przesunąć go do Magazynów Regionalnych. Przykładowe rozwiązanie przedstawione na rysunku 5 zostało oparte na założeniu o zgodności rozkładu tygodniowego popytu z rozkładem normalnym. Tymczasem towary wolno rotujące charakteryzują się raczej zgodnością z rozkładem Poissona [Sarjusz-Wolski 2000]. Rozkład ten charakteryzuje się jednocześnie pewną własnością, która pozwoli przekształcić zależność [11] w sposób nieco inny niż powyżej. Otóż dla rozkładu Poissona zachodzi:  $P = \sigma_P^2$ , a z tego wynika, że współczynnik zmienności jest tu równy:

$$v = \frac{\sigma_P}{P} = \frac{\sqrt{P}}{P} = \frac{1}{\sqrt{P}} \quad [15]$$

Zatem zależność [11] przyjmie postać:

$$\frac{1}{\sqrt{P_{MR}}} < \frac{n \cdot k_{pk}}{\omega \cdot \sqrt{T_1} \cdot C \cdot u_t \cdot (n - \sqrt{n \cdot \alpha})} \quad [16]$$

co po przekształceniach daje:

$$P_{MR} > \frac{\omega^2 \cdot T_1}{\left[ \frac{k_{kp}}{C \cdot u_t} \right]^2} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{\alpha}{n}} \right)^2 \quad [17]$$

Przy próbie rozwiązania tej nierówności należy uwzględnić fakt, że dla rozkładu Poissona istnieje zależność pomiędzy wartością średnią  $P_{MR}$ , a wartością współczynnika bezpieczeństwa  $\omega$  odpowiadającego przyjętemu poziomowi obsługi [Krzyżaniak, 2005]. Postać funkcji  $\omega = f(P)$  jest różna dla różnych wartości poziomu obsługi. Przykładowo, dla POK=99,9% zależność ta ma postać  $\omega \approx A \cdot P^b$ , gdzie  $A = 3,7402$ ;  $b = -0,05$ . Dla tej postaci funkcji otrzymamy:

$$P_{MR}^{1-2 \cdot b} > \frac{A^2 \cdot T_1}{\left[ \frac{k_{kp}}{C \cdot u_t} \right]^2} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{\alpha}{n}} \right)^2 \quad [18]$$

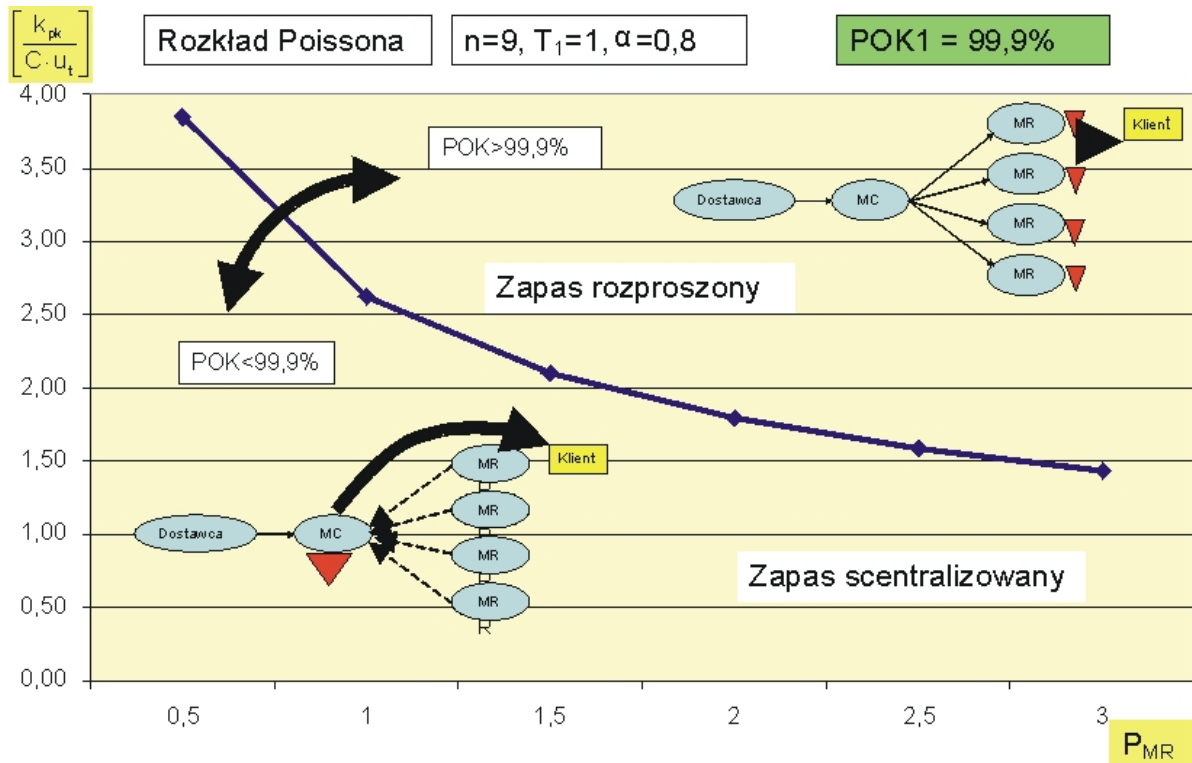
a stąd

$$\left[ \frac{k_{kp}}{C \cdot u_t} \right] > \frac{A \cdot \sqrt{T_1}}{\sqrt{P_{MR}^{1-2 \cdot b}}} \cdot \left( 1 - \sqrt{\frac{\alpha}{n}} \right) \quad [19]$$

Rysunek 6 ilustruje tę zależność.

Przedstawiona zależność jest zbieżna jeśli chodzi o ogólne tendencje z zależnością ilustrowaną na rysunku 6, bowiem wzrost tygodniowego popytu  $P_{MR}$  oznacza zmniejszanie współczynnika zmienności.





Rys. 6. Ilustracja zależności [19] dla przykładowych wartości parametrów tej zależności (poziom obsługi POK=99,9%)

Fig. 6. Relationships for typical parameters values (for service level=99,9%)

## PODSUMOWANIE

1. W referacie przedstawiono przykład modelu wspierającego decyzję dotyczącą właściwej lokalizacji zapasu towarów w sieci dystrybucji. Rozważania dotyczyły wyboru pomiędzy centralizacją a rozproszeniem zapasu.
2. Wykazano, że w określonych przypadkach koszty utrzymywania zapasu zabezpieczającego w formie rozproszonej (to znaczy zlokalizowanych w sieci dystrybucji) mogą być większe niż w przypadku zapasu utrzymywanego w jednym miejscu, nawet jeśli wiąże się to z dodatkowymi kosztami szybkich dostaw.
3. Przedstawiono przykładowe zależności pomiędzy wielkościami określającymi te koszty, pozwalające na podejmowanie racjonalnych decyzji związanych z właściwą lokalizacją zapasu. Zależności te odzwierciedlają ogólne rekomendacje wynikające z położenia towarów do grup, wynikającego z klasyfikacji ABC/XYZ, ale pozwalają je uzależnić od określonych wartości kryterialnych.
4. W przypadku gdy rozkład częstości występowania popytu jest zgodny z rozkładem Poissona (znajdującego zastosowanie dla towarów wolno rotujących), dla poprawności wnioskowania należy uwzględnić zależności pomiędzy poziomem obsługi, współczynnikiem bezpieczeństwa oraz średnim (oczekiwanym) popytem.

## LITERATURA

Krzyżaniak S., 2005. Podstawy zarządzania zapasami w przykładach, Biblioteka logistyka, ILiM, s. 100, 251-252.

Pfohl H.-Ch., 1998. Zarządzanie logistyką. Funkcje i instrumenty, ILiM. s. 143-146.

Sarjusz-Wolski Z., 2000. Sterowanie zapasami w przedsiębiorstwie, PWE, s. 40-44, 169-173.

## LOCATION OF STOCKS IN DISTRIBUTION NET

**ABSTRACT.** The aim of developing a distribution network by a trade company, is to provide its customers with a better access to the offered goods. Moving stock of goods closer to the market, by deploying it in regional warehouses decreases lead times, but on the other hand leads to higher cost of carrying safety stock. Generally, the policy concerning stock deployment is not homogeneous for all items. The paper presents two different ways of deployment: in a central warehouse or in a network of regional warehouses. In practice the decision is taken intuitively. For example slow moving and expensive items are placed in central warehouse, while safety stock of fast movers is dispersed and located in Regional Warehouses. In the paper some cost models are developed. They also allow for in-depth analysis of how different identified factors influence the result and decision to be taken.

**Key words:** safety stock, distribution net, location of stock.

## LOKALISIERUNG VON BESTÄNDEN IM DISTRIBUTIONSNETZ

**ZUSAMMENFASSUNG.** Der Zweck von Distributionsnetzwerken im Handel liegt im besseren Zugang der Kunden zu angebotenen Gütern. Die Verteilung der Güter eng am Markt, mittels regionaler Läger, verringert die Zeit zur Wiederbeschaffung, führt aber gleichzeitig zu höheren Ausgaben für den Sicherheitsbestand. Allgemein kann man sagen, dass die Aufstellung des Bestandes von Artikel zu Artikel unterschiedlich ist. Dieser Beitrag beschäftigt sich mit zwei verschiedenen Wegen der Aufstellung: innerhalb eines zentralen Lagers oder innerhalb eines Netzwerkes von regionalen Lagerhäusern. In der Praxis wird diese Entscheidung intuitiv getroffen. So werden zum Beispiel Langsamdreher und wertvolle Produkte zentral gelagert während der Sicherheitsbestand von Schnelldrehern dezentral bzw. regionalen gelagert wird. In diesem Bericht werden hierzu verschiedenen Kostenmodelle entwickelt. Diese Modelle erlauben eine Tiefen-Analyse von verschiedenen Faktoren, die diese Ergebnisse beeinflussen.

**Codewörter:** Absicherungsbestand, Distributionsnetz, Lokalisierung der Bestände.

---

dr inż. Stanisław Krzyżaniak  
Instytut Logistyki i Magazynowania  
ul. Estkowskiego 6  
61-755 Poznań, Polska  
tel. +48 61 850 49 02  
e-mail: [krzyzaniak@ilim.poznan.pl](mailto:krzyzaniak@ilim.poznan.pl)